

Intervalos de confiança

Outra forma de realizar inferências sobre a média populacional (μ) ou “verdadeira média” é construindo intervalos (limites inferior e superior) prováveis para o verdadeiro valor do parâmetro μ com um certo nível de confiança, $100(1 - \alpha)\%$, desejado. É comum usar os seguintes valores para α : 0,01, 0,05 e 0,10, o que significam, respectivamente, intervalos de 99%, 95% e 90% de confiança.

Intervalos de confiança (IC) para uma média estão diretamente ligados aos testes de hipóteses para uma média, os quais são: o teste Z e o teste t. Tomemos, por exemplo, o teste Z.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Agora isolemos μ na equação.

$$\mu = \bar{X} - Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Para construir um intervalo, digamos de 95% de confiança, tomemos os dois valores de Z na tabela da distribuição normal padrão para $\alpha = 0,05$, o que significa $Z = \pm 1,96$. Substituindo Z na equação, teremos os limites

$$\bar{X} - 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

como sendo o intervalo provável para μ com 95% de confiança.

Note que também poderíamos construir um IC com base no teste t. Para tal, bastaria substituir σ por s e usar a tabela t ao invés da Z.

Exemplo: com base na questão 1 da lista de exercícios do capítulo 7 (Testes de Hipóteses), em que $\bar{X} = 185 \text{ mm}$, $\sigma = 20 \text{ mm}$, $n = 9$ e $\alpha = 0,05$, temos o seguinte IC para a média da altura da espuma (μ):

$$185 - 1,96 \frac{20}{\sqrt{9}} \leq \mu \leq 185 + 1,96 \frac{20}{\sqrt{9}}$$

Assim, temos 95% de confiança de que a verdadeira média μ esteja entre 172 e 198 mm. Com essa informação, poderíamos facilmente responder a hipótese H_0 levantada na questão, isto é, $\mu = 175 \text{ mm}$? A resposta seria: *aceita-se H_0 com 5% de erro*, pois o valor 175 está incluído no IC de 95%. No entanto, se a hipótese de interesse fosse $H_0 : \mu = 170 \text{ mm}$, a resposta seria: *rejeita-se H_0 com 5% de erro*.

Exercício: construa intervalos de confiança para μ da questão 5 (reescrita abaixo) da lista de exercícios do capítulo 7, concluindo a respeito da hipótese H_0 levantada.

(Questão 5) As estaturas (em cm) de recém-nascidos foram tomadas no Departamento de Pediatria de determinada faculdade de medicina, cujos resultados são:

41 50 52 49 49 54 50 47 52 49
50 52 50 47 49 51 46 50 49 50

- Suponha que a população das estaturas é normal com variância 2 cm; teste (com $\alpha = 0,10$) a hipótese de que a média é 50 cm.
- Faça o mesmo teste para a média, mas agora *sem* admitir que a variância (σ^2) seja conhecida.