

## EXERCÍCIOS – Propriedades dos estimadores

---

1. Suponha que tenhamos uma amostra aleatória de tamanho  $2n$ , proveniente de uma população denotada por  $X$ , e  $E(X) = \mu$  e  $V(X) = \sigma^2$ . Faça

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} X_i \quad e \quad \bar{X}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

serem dois estimadores de  $\mu$ . Qual é o melhor estimador de  $\mu$ ? Explique sua escolha.

2. Faça  $X_1, X_2, \dots, X_n$  denotar uma amostra aleatória, proveniente de uma população tendo média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Considere os seguintes estimadores de  $\mu$ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_7}{7} \quad e \quad \hat{\theta}_2 = \frac{2X_1 - X_6 + X_4}{2}$$

- a) Os dois estimadores são não tendenciosos?  
b) Qual é o melhor estimador? Em que sentido ele é melhor?
3. Suponha que  $\hat{\theta}_1$  e  $\hat{\theta}_2$  sejam estimadores não tendenciosos do parâmetro  $\theta$ . Sabemos que  $V(\hat{\theta}_1) = 10$  e  $V(\hat{\theta}_2) = 4$ . Qual é o melhor estimador e em que sentido ele é melhor?
4. O Erro Quadrático Médio (EQM) de um estimador  $\hat{\theta}$  qualquer é igual a variância do estimador mais o quadrado do viés. Suponha que  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$  e  $\hat{\theta}_3$  sejam estimadores do parâmetro  $\theta$ . Sabe-se que  $E(\hat{\theta}_1) = E(\hat{\theta}_2) = \theta$ ,  $E(\hat{\theta}_3) \neq \theta$ ,  $V(\hat{\theta}_1) = 12$ ,  $V(\hat{\theta}_2) = 10$  e  $E(\hat{\theta}_3 - \theta)^2 = 6$ . Com base nessas informações, compare esses três estimadores e determine que deles é melhor. Justifique sua escolha.