1. Seja X uma variável aleatória com distribuição Exponencial, em que:

$$f(x|\beta) = \beta e^{-x\beta}; \quad 0 \leq x < \infty; \quad \beta > 0$$
$$E(X) = \beta^{-1}; \quad V(X) = \beta^{-2}$$

Obtenha um estimador pelo Método dos Momentos para o parâmetro $\beta$, considerando uma amostra aleatória de tamanho n.

2. Seja X uma variável aleatória com distribuição Normal com média $\mu$ e variância $\sigma^2$, em que:

$$f(x|\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}; \quad -\infty < x < \infty; \quad -\infty < \mu < \infty; \ \sigma > 0$$
$$E(X) = \mu; \quad V(X) = \sigma^2$$

Obtenha os estimadores dos parâmetros $\mu$ e $\sigma^2$ pelo Método dos Momentos, considerando uma amostra aleatória de tamanho n.

3. Suponha que desejamos ajustar um modelo de regressão para o qual a linha verdadeira de regressão passe através do ponto (0, 0). O modelo apropriado é $Y_i = \beta X_i + e_i$. Considere que temos n pares de dados $(X_i, Y_i)$. Encontre a estimativa de Mínimos Quadrados do parâmetro $\beta$.

4. Dada uma amostra aleatória de tamanho 2n da variável aleatória X ~ Bernoulli(p), em que:

$$P(X = x|p) = p^x(1-p)^{1-x}; \quad x = 1, 0; \quad 0 \leq p \leq 1$$
$$E(X) = p; \quad V(X) = p(1-p)$$

Encontre um estimador de Máxima Verossimilhança para o parâmetro p.

5. Dada uma amostra aleatória de tamanho n da variável aleatória X ~ Geométrica(p), em que:

$$P(X = x|p) = (1-p)^{x-1}p; \quad x = 1, 2, \dots; \quad 0 \leq p \leq 1$$
$$E(X) = 1/p; \quad V(X) = (1-p)/p^2$$

Encontre um estimador de Máxima Verossimilhança para o parâmetro p.

6. Dada uma amostra aleatória de tamanho n da variável aleatória X ~ Normal($\mu$, 1). Encontre um estimador de Máxima Verossimilhança para o parâmetro $\mu$.

7. Dada uma amostra aleatória de tamanho n da variável aleatória X ~ Normal(0, $\sigma^2$). Encontre um estimador de Máxima Verossimilhança para o parâmetro $\sigma^2$.

8. Obtenha os estimadores de Máxima Verossimilhança para os parâmetros $\beta_0$ e $\beta_1$ do modelo de regressão linear simples, $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + e_i$, considerando erros independentes e normalmente distribuídos com média 0 e variância $\sigma^2$, ou seja, $e_i \sim NID(0, \sigma^2)$. Compare o resultado com aquele obtido pelo Método dos Mínimos Quadrados.

9. Utilize o Método da Máxima Verossimilhança para resolver as questões 1, 2 e 3. Para a questão 3, considere $e_i \sim NID(0, \sigma^2)$.